**Вопросы к экзамену функциональному анализу:**

**Билеты на четверку и пятерку:**

1. Метрические пространства (МП).
2. Шары в метрическом пространстве.
3. Расстояние от точки до множества и свойства.
4. Диаметр множества и ограниченные множества.
5. Последовательности в метрическом пространстве.
6. Эквивалентные метрики.
7. Внутренние и внешние точки множества.
8. Точки прикосновения множества.
9. Предельные точки множества.
10. Замкнутые множества в метрическом пространстве.
11. Подпространства МП (топология подпространства).
12. Множества типа Fσ и Gδ
13. Всюду плотные и нигде не плотные множества.
14. Сепарабельные МП (примеры).
15. Множества первой и второй категории.
16. Непрерывные отображения пространств (эквивалентность определений).
17. Равномерно непрерывные отображения.
18. Непрерывные отображения( глобальный критерий непрерывности).
19. Пространства ограниченных отображений.
20. Открытые, замкнутые и гомеоморфные отображения.
21. Изометрические отображения и теорема Куратовского.
22. Фундаментальные последовательности.
23. Полные МП и теорема Кантора.
24. Теорема Бэра о категории.
25. Принцип равномерной ограниченности.
26. Принцип сжимающихся отображений.
27. Определение и свойства вполне ограниченных пространств
28. Определение и свойства компактных пространств(эквивалентные определения).
29. Непрерывные отображения компактных МП.
30. Предкомпактные множества и их свойства.
31. Непрерывные отображения компактных множеств.
32. Равностепенно непрерывные семейства функций и теорема Арцела-Асколи.
33. Предкомпактность в пространствах последовательностей.
34. Норма и её свойства (базисная норма).
35. Нормированные пространства (примеры функциональных пространств C[a;b], [a;b]).
36. Нормированные пространства (пространства последовательностей).
37. Изоморфизмы, вложения и изометрии НП.
38. Метрика и топология нормированного пространства.
39. Последовательности в нормированном пространстве.
40. Конечномерные пространства .
41. Компактность в конечномерном пространстве.
42. Банаховы пространства (примеры C[a;b]).
43. Ряды в банаховом пространстве.
44. Подпространства нормированного пространства.
45. Лемма Рисса о почти перпендикуляре.
46. Предгильбертовы пространства .
47. Гильбертовы пространства.
48. Понятие ортогональности и её свойства.
49. Выпуклые множества в ГП.
50. Теорема об ортогональной проекции.
51. Ряды Фурье и теорема Рисса - Фишера.

**Билеты на тройку билеты.**

1. Метрические пространства (, полноту).
2. Метрические пространства (, полноту).
3. Метрические пространства ( полноту).
4. Шары в метрическом пространстве.
5. Расстояние от точки до множества и свойства.
6. Последовательности в метрических пространстве.
7. Предельная точка множества.
8. Замкнутые множества в метрическом пространстве.
9. Подпространства МП (топология подпространства).
10. Непрерывные отображения пространств (эквивалентность определений).
11. Пространства ограниченных отображений.
12. Фундаментальные последовательности.
13. Полные МП и теорема Кантора.
14. Принцип сжимающихся отображений.
15. Определение и свойства компактных пространств.
16. Непрерывные отображения компактных МП.
17. Норма и её свойства (базисная норма).
18. Нормированные пространства (примеры функциональных пространств).
19. Нормированные пространства (пространства последовательностей).
20. Последовательности в нормированном пространстве.
21. Банаховы пространства (примеры С[a;b]).
22. Предгильбертовы пространства.
23. Гильбертовы пространства.
24. Понятие ортогональности и её свойства.